Universidade
Estadual de Londrina

CENTRO DE TECNOLOGIA E URBANISMO
CURSO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

# Tópicos em Matemática Básica

Apostila elaborada por alunos do curso de Engenharia Elétrica da UEL, para os funcionários de manutenção do HURNP.

Londrina 2001

# Índice

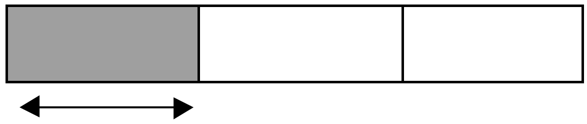
# 1 CONCEITOS DE FRAÇÕES

Fração nada mais é que uma divisão dos elementos de um conjunto em conjuntos menores.

O numero que vem embaixo é chamado denominador e indica em quantas partes o conjunto dado será dividido. O número que está em cima chama-se numerador e indica quantas partes da divisão vamos usar.

*Exemplo:* O que é $\frac{1}{3}$ de um retângulo?

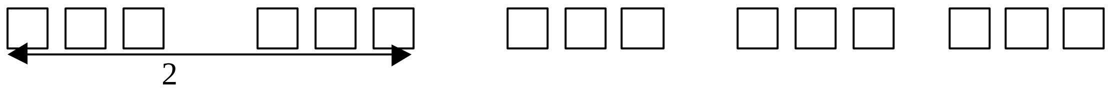
O denominador aqui é 3, então dividimos o retângulo em 3 partes iguais. Assim cada uma destas partes será $\frac{1}{3}$ do retângulo:



$\frac{1}{3}$

O mesmo se dá para conjuntos, assim, pede-se $\frac{2}{5}$ de 15:

Primeiro separa-se 15 em 5 conjuntos:



$\frac{2}{5}$

Cada conjunto é $\frac{1}{5}$ do total. Queremos $\frac{2}{5}$ , então pegamos 2 conjuntos. Assim , $\frac{2}{5}$ de 15 é 6.

---

**Exercícios:**

1) $\frac{5}{6}$ de 18

2) $\frac{1}{2}$ de 4

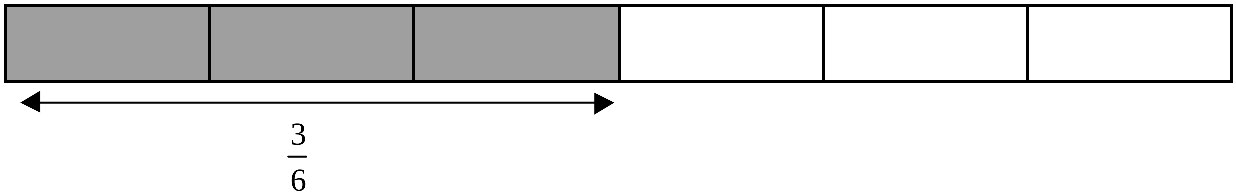
3) $\frac{1}{3}$ de 9

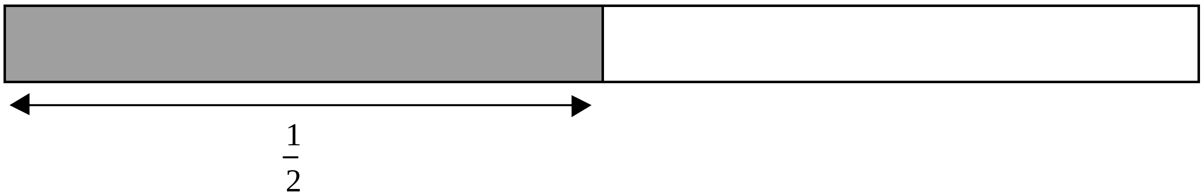
4) $\frac{3}{8}$ de 24

**Equivalência de frações:**

Existem frações que aparentemente são diferentes, mas representam a mesma parte de um todo.

Por exemplo, tomando $\frac{3}{6}$ e depois $\frac{1}{2}$ do mesmo retângulo:




Percebe-se que a mesma parte do retângulo pode ser representada por frações diferentes. Estas são chamadas frações equivalentes.

Para encontrar uma fração equivalente à outra, basta multiplicar, ou dividir, tanto o numerador quanto o denominador da fração que você já tem.

*Exemplo:* Para encontrar uma fração equivalente à $\frac{1}{2}$, vamos multiplicar o numerador e o denominador por 3. Assim:

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{3} = \frac{3}{6}$$

A fração $\frac{1}{2}$ tem infinitas frações equivalentes, no caso anterior multiplicamos por $\frac{3}{3}$ mas podemos multiplicar ou dividir por qualquer número.

E que são estes $\frac{3}{3}$?

Se observarmos esta fração em um desenho, podemos ver que $\frac{3}{3}$ representa a figura inteira, ou seja: $\frac{3}{3} = 1$.

# 2 OPERAÇÃO COM FRAÇÕES

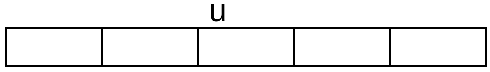
## 2.1 Adição e subtração de frações

A adição de frações está ligada às idéias de juntar, acrescentar. E a subtração de frações também está ligado às idéias de retirar, completar e comparar.

**a)Adição**

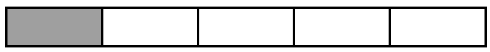
Supondo, que você tenha uma unidade “u” dividida em 5 partes iguais mostrada na figura a seguir:

u

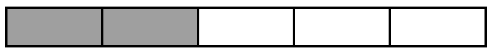


(Visão da unidade “u” dividida em 5 partes iguais)

Considera-se agora as frações $\frac{1}{5}$ e $\frac{2}{5}$ representadas nessa unidade “u”:



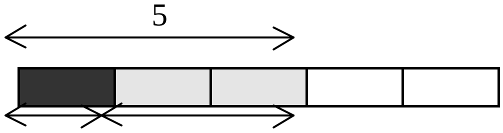
$\frac{1}{5}$



$\frac{2}{5}$

Acrescentando, juntando ou somando $\frac{1}{5}$ a $\frac{2}{5}$, tem-se o seguinte resultado:

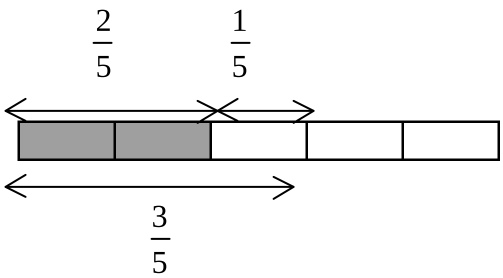
$\frac{3}{5}$



$\frac{1}{5}$ $\frac{2}{5}$

$$\frac{1}{5}+\frac{2}{5}=\frac{1+2}{5}=\frac{3}{5}$$

Vejamos agora a idéia de subtração. Considerando a fração $\frac{3}{5}$ da unidade “u” e dela retira-se $\frac{1}{5}$, ficando assim o resultado:




$$\frac{3}{5} - \frac{1}{5} = \frac{3-1}{5} = \frac{2}{5}$$

Depois de visualizar a representação de uma fração agora, vamos praticar:

Exemplos de soma de frações:

$$\frac{5}{7} + \frac{2}{7} = \frac{5+2}{7} = \frac{7}{7} = 1$$

$$\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{1+2}{5} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{5}{8} = \frac{1+1+5}{8} = \frac{7}{8}$$

Exemplos de subtração de frações:

$$\frac{2}{5} - \frac{1}{5} = \frac{2-1}{5} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{3}{7} - \frac{1}{7} = \frac{2}{7}$$

$$\frac{7}{9} - \frac{1}{9} - \frac{2}{9} = \frac{7-1-2}{9} = \frac{4}{9}$$

(O que aconteceu nessas adições e subtrações de frações?)

Quando o denominador (parte de baixo da fração) são iguais, repete denominador e soma os numeradores (parte de cima das frações).

Exemplos de adição e subtração quando o denominador forem diferentes:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\frac{3+2}{6}=\frac{5}{6}$$

(E quando os denominadores, parte de baixo das frações, forem diferentes)

Quando os denominadores das frações não forem iguais, precisamos encontrar frações equivalentes a $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$ que tenha o **mesmo denominador**. Observe os valores dos denominadores, no caso em questão são os n.º 2 e 3, em seguida, multiplica-se esse valore na fração oposta, assim:

$$\frac{1x3}{2x3}=\frac{3}{6} \qquad \frac{1x2}{3x2}=\frac{2}{6}$$

$$\frac{1}{2}=\frac{3}{6} \qquad \frac{1}{3}=\frac{2}{6}$$

Outros exemplos de adição e subtração com denominadores diferentes:

$$\frac{2}{5}+\frac{1}{2}=\frac{4}{10}+\frac{5}{10}=\frac{4+5}{10}=\frac{9}{10}$$

$$\frac{2x2}{5x2}=\frac{4}{10} \qquad \frac{1x5}{2x5}=\frac{5}{10}$$

$$\frac{2}{5}=\frac{4}{10} \qquad \frac{1}{5}=\frac{5}{10}$$

$$\frac{3}{4}+\frac{2}{6}=\frac{18}{24}+\frac{8}{24}=\frac{18+8}{24}=\frac{26}{24}$$

$$\frac{3x6}{4x6}=\frac{18}{24} \qquad \frac{2x4}{6x4}=\frac{8}{24}$$

$$\frac{3}{4}=\frac{18}{24} \qquad \frac{2}{6}=\frac{8}{24}$$

Quando um numero inteiro aparecer no meio das subtrações e adições de frações, o que faremos?

$$5+\frac{1}{2}=\frac{5x2+1}{2}=\frac{10+1}{2}=\frac{11}{2}$$

Multiplica-se o n.º 5 com o denominador, n.º 2, e soma-se com o n.º 1, repete-se o valor do denominador (parte de baixo da fração) , n.º 2.

Exemplos:

$$\frac{3}{8}+2=2+\frac{3}{8}=\frac{2x8+3}{8}=\frac{16+3}{8}=\frac{19}{8}$$

$$3+\frac{2}{5}=\frac{3x5+2}{5}=\frac{15+2}{5}=\frac{17}{5}$$

**ATIVIDADES**

**1) Calcule:**

a) $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{3}+\frac{2}{3}$

c) $\frac{1}{4}+\frac{3}{4}$

d) $\frac{2}{3}+\frac{1}{4}$

e) $\frac{1}{2}+\frac{3}{5}$

f) $\frac{3}{6}+\frac{5}{3}$

g) $5+\frac{1}{3}$

h) $7+\frac{2}{8}$

i) $\frac{2}{8}+7$

j) $\frac{2}{3}-\frac{1}{3}$

*Respostas: a) 1; b)1; c) 1; d) 11/12; e) 11/10; f) 13/6; g)16/3; h) 58/8; i) 58/8; j)1/3.*

## 2.2 Multiplicação e divisão de frações

### a) Multiplicação

Regra geral, multiplica-se os numeradores com os numeradores e os denominadores com os denominadores, assim:

$$\frac{1}{3}x\frac{2}{3}=\frac{1x2}{3x3}=\frac{2}{9}$$

$$\frac{2}{3}x\frac{3}{5}=\frac{2x3}{3x5}=\frac{6}{15}$$

$$\frac{10}{15}x\frac{1}{2}=\frac{10x1}{15x2}=\frac{10}{30}$$

Quando se multiplica um número inteiro com um fração, multiplica-se o número inteiro pelo numerador, parte de cima, da fração, assim:

$$8x\frac{1}{2} = \frac{8x1}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$7x\frac{2}{9} = \frac{7x2}{9} = \frac{14}{9}$$

$$3x\frac{5}{11} = \frac{3x5}{11} = \frac{15}{11}$$

**b) Divisão**

Regra geral, conserva-se a primeira fração e multiplica-se com a segunda fração invertida.

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{4} = \frac{1}{2}x\frac{4}{1} = \frac{1x4}{2x1} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\frac{1}{2} \div \frac{5}{2} = \frac{1}{2}x\frac{2}{5} = \frac{1x2}{2x5} = \frac{2}{10}$$

Quando se divide um número inteiro com um fração ou ao contrário, mantém o primeiro número e multiplica-se pelo segundo número invertido, assim:

$$8 \div \frac{1}{3} = 8x\frac{3}{1} = 8x3 = 24$$

$$\frac{1}{3} \div 8 = \frac{1}{3}x\frac{1}{8} = \frac{1x1}{3x8} = \frac{1}{24}$$

$$4 \div \frac{1}{2} = 4x\frac{2}{1} = 4x2 = 8$$

$$\frac{1}{2} \div 4 = \frac{1}{2}x\frac{1}{4} = \frac{1x1}{2x4} = \frac{1}{8}$$

**ATIVIDADES**

**2) Calcule:**

a) $\frac{1}{2} x \frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{3} x \frac{2}{3}$

c) $\frac{1}{4} x \frac{3}{4}$

d) $\frac{1}{3} \div \frac{2}{3}$

e) $\frac{2}{3} \div \frac{5}{7}$

f) $\frac{7}{9} \div \frac{9}{7}$

g) $5 x \frac{1}{5}$

h) $6 \div \frac{1}{2}$

i) $\frac{1}{5} \div 3$

*Respostas: a) 1/9; b) 2/9; c) 3/16; d) ½; e) 14/15; f) 49/81; g) 1; h) 12; i) 1/15.*

## 2.3 Operações com números decimais

**a)Adição e subtração de números decimais**

A regra prática para adicionar ou subtrair números decimais é a seguinte: dados dois números decimais, para se determinar a soma ou a diferença entre eles, basta que se coloquem as ordens correspondentes de cada número uma sob a outra e se efetue normalmente a adição ou subtração, colocando no resultado a vírgula sempre entre a casa das unidades e dos décimos.

Exemplo 1:

Efetuar a adição: 1,32 + 12,5
1,32 = 1 unidade + 3 décimos + 2 centésimos
1,32 = 100 centésimos + 30 centésimos + 2 centésimos
1,32 = 132 centésimos

12,5 = 12,50
12,50 = 1 dezena + 2 unidades + 5 décimos + 0 centésimos
12,50 = 1000 centésimos + 200 centésimos + 50 centésimos + 0 centésimos
12,50 = 1250 centésimos

1,32 + 12,50 = 132 centésimos + 1250 centésimos = 1382 centésimos = 13,82

Logo: 1,32 + 12,5 = 13,82

Exemplo 2:

Efetuar a subtração seguinte: 12,8 – 1,932

12,8 = 128 décimos
1,932 = 1932 milésimos

Como não se pode subtrair diretamente milésimos de décimos, é necessário transformar 128 décimos em milésimos.

Temos, então:

128 décimos = 12800 milésimos

12,8 – 1,932 = 12 800 milésimos – 1932 milésimos = 10868 milésimos = 10,868

Logo: 12,8-1,932 = 10,868

**b)Multiplicação de números decimais**

A regra prática geral para multiplicar dois números decimais segue os passos abaixo:

1Passo: Multiplicam-se os números normalmente, sem se considerar a existência das vírgulas.

2Passo: Soma-se o número de casas decimais existentes à direita da vírgula em cada número.

3Passo: Coloca-se a vírgula no resultado que se obteve no primeiro passo, de forma que o número de casas à direita da vírgula nesse número seja igual ao número de casas obtidas no segundo passo.

Exemplo: Multipliquemos o número 30,1 por 2,53.

1Passo: 301 x 253 = 76153

2Passo: O número 30,1 possui uma casa à direita da vírgula. O número 2,53 possui 2 casas à direita da vírgula. Logo, o número 76153 deverá possuir 3 casas à direita da vírgula.

3Passo: A vírgula, nesse caso, deve ser colocada entre os algarismos 6 e 1.

O Diálogo abaixo tenta mostrar uma maneira didática de procedimento.

Professor: Multiplique o número 30,1 por 2,53.

Aluno: Eu não sei fazer isso. Só sei multiplicar números sem a vírgula.

Prof.: Pois então, vamos transformar essa multiplicação que você não sabe fazer em uma que você já saiba.

Aluno: Como?

Prof.: O que significa eliminar a vírgula do número 30,1?

Aluno: Se eu eliminar a vírgula do 30,1, ele se transforma em 301. Isso significa que ele ficou multiplicado por 10, pois a vírgula caminhou uma casa à direita.

Prof.: Muito bem: E se você fizer o mesmo com o número 2,53?

Aluno: Ele se transforma em 253. Isto é, ficou multiplicado por 100, pois a vírgula agora caminhou duas casas à direita.
Prof.: Se você fizer essas transformações nos fatores da multiplicação, será que o produto vai se alterar?

Aluno: É claro que sim, ele não será mais o mesmo.

Prof.: Por quê?

Aluno: Vou dar um exemplo. Quando multiplicamos 2 por 3, obtemos 6. Se multiplicássemos o primeiro fator por 10 e o segundo por 100, teríamos agora que multiplicar 20 por 300. O resultado dessa multiplicação não será mais 6 e sim 6000. Isto é, o produto ficou multiplicado por 1000.

Prof.: Multiplique, então, 301 por 253. Quanto dá?

Aluno: Dá 76153.

Prof.: O que você tem que fazer com esse número para que ele seja o resultado da multiplicação de 30,1 por 2,53?

Aluno: Tenho que dividi-lo por 1000. Isto porque, ao se multiplicar o primeiro fator por 10 e o segundo por 100, o produto ficou multiplicado por 1000.

Prof.: É isso aí! Agora você sabe me dar o resultado da multiplicação ?

Aluno: Claro! 30,1 x 2.53 = 76,153 ,pois dividir 76153 por 1000 significa caminhar com a vírgula três casa à esquerda. Como a vírgula está sempre entre a casa das unidades e a casa dos décimos, então ela deverá situar-se entre os algarismos 6 e 1.

**c)Divisão de números decimais**

O diálogo abaixo procura ilustrar um procedimento didático para introdução da divisão de dois números decimais entre si.

Prof.: Você saberia me dizer o quociente da divisão de 1,25 por 0,5?

Aluno: Por enquanto, eu só sei dividir números sem vírgula.

Prof.: Você se lembra do caso da multiplicação? Talvez você possa usar um artifício semelhante para transformar essa divisão entre dois números decimais numa divisão entre dois números naturais, que você já sabe fazer.

Aluno: Bem, para fazer isso, eu teria de transformar tanto o 1,25 como o 0,5 em números naturais. Para que isso seja possível, devo multiplicar o 1,25 por 100 e o 0,5 por 10.

Prof.: Mas se você fizer isso, o quociente ficará inalterado?

Aluno: Não. Ele vai se alterar. A não ser que eu multiplicasse tanto o dividendo quanto o divisor pelo mesmo número, isto é, por 100. Isso por que existe uma propriedade que diz que, se a gente multiplicar o dividendo e o divisor de uma divisão por um mesmo número, o quociente não vai se alterar.

Prof.: Muito bem! Então, dividir 1,25 por 0,5 seria o mesmo que dividir quanto por quanto?

Aluno: Seria o mesmo que dividir 125 por 50, pois 1,25.100 = 125 e 0,5.100 = 50.

Prof.: Ótimo! Você conseguiu reduzir a divisão proposta para um caso já conhecido. Efetue essa divisão.

Aluno: 125 ÷50 = 2,5

**Exercícios:**

Exemplo: 1,3 x 1,23 = 1,3x10 x 1,23x100 = 13x123 = 1599
1599÷(10x100) = 1599÷1000 = 1,599

a) 1,2 x 1,45 =

b) 1,32 x 1,2 =

c) 1,32 x 1,24 =

*Respostas: a) 1,74; b) 1,584; c) 1,6368.*

Exemplo: 1,23 ÷0,2 = 1,23x100 ÷ 0,2x100 = 123 ÷ 20 = 6,25

a) 1,53 ÷ 0,4 =

b) 1,64 ÷ 0,2 =

c) 1,4 ÷ 0,7 =

*Respostas: a) 3,825; b) 8,2; c) 2.*

## 3 REGRA DE TRÊS

DEFINIÇÃO

Regra de três é uma operação onde se calculam proporções entre certos valores. É uma operação que trabalha com proporcionalidade.

EXEMPLO:

Uma pessoa andou 2Km numa velocidade constante e contou em seu relógio um tempo de 10 minutos. Quantos minutos ela levará para andar 4Km (andando na mesma velocidade)?

Para descobrir isto podemos utilizar o seguinte processo:

| Quilômetros | Tempo |
|---|---|
| 2 | 10 |
| 4 | X |

"Se ela andou 2Km em dez minutos, quantos minutos ela levará para andar 4Km?"

A operação acima pode ser representada por:

$$\frac{2}{4} = \frac{10}{X}$$

Quando há uma igualdade destas pode-se encontrar o valor de X desta maneira:

$$\frac{2}{4} = \frac{10}{X}$$

$$2X = 4 \times 10$$

$$X = \frac{4 \times 10}{2}$$

$$X = 20$$

Então ela andará 4Km em 20 minutos.

Também podemos resolver o exercício da seguinte maneira:

| Quilômetros | Tempo |
|---|---|
| 2 | 10 |
| 4 | X |

$$2X = 4 \times 10$$

$$X = \frac{4 \times 10}{2}$$

$$X = 20$$

Exercício 1:

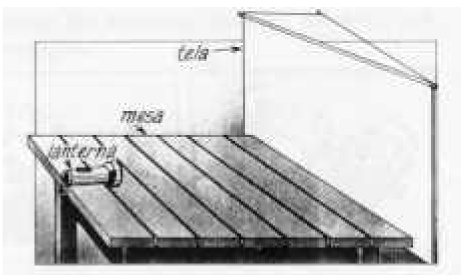
Pedro leu 60 páginas de um livro em 1 hora e 30 minutos. Quantas horas ele levará para ler as 140 páginas que faltam?

*(Resposta: 3 horas e trinta minutos)*

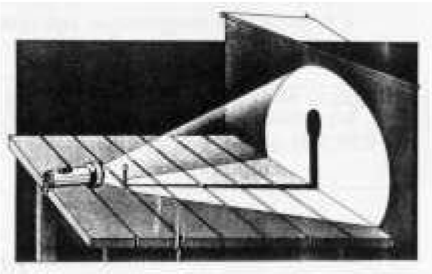
As duas regras de três apresentadas anteriormente são regras de três diretamente proporcionais, ou seja, quando uma grandeza aumenta a outra também aumenta.

Veremos agora a regra de três inversamente proporcional.

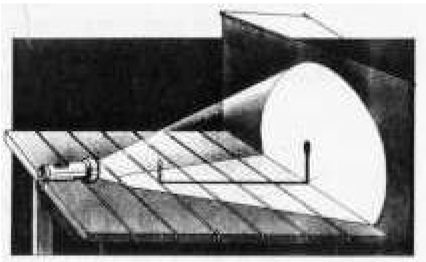
Observe a situação:



Se colocarmos um palito de fósforo entre a luz e a tela a sombra do palito será projetada na tela.

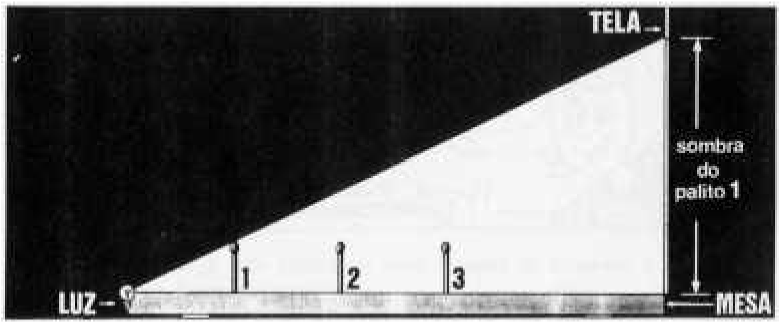


Depois mudamos a posição do palito. A distância entre o palito e a luz é duas vezes maior que a primeira. Ao observar a sombra notamos que ela é duas vezes menor que a primeira.



Então quando aumentamos a distância entre o palito e a lanterna o tamanho da sombra do palito diminui. Neste caso temos uma proporcionalidade inversa.

Deste modo vamos analisar a figura abaixo:




Vamos supor que, quando o palito estiver na posição 1 ele esteja a 2cm da lanterna, a sombra projetada na tela tenha uma altura de 48cm. Quando colocarmos o palito a 4cm da lanterna (posição 2) qual será a altura da sombra na tela?

Pelo que vimos a pouco, sabemos que o tamanho desta sombra deve ser menor que 48cm.

Vamos montar a regra de três:

| Distância da Lanterna | Altura da Sombra |
|---|---|
| 2cm | 48cm |
| 4cm | X |

Agora vem a diferença entre a regra de três diretamente proporcional e a inversamente proporcional, aqui o equivalente ao sistema anterior será:

$$\frac{2}{4} = \frac{X}{48}$$

Deste modo podemos encontrar o valor de X:

$$2 \times 48 = 4X$$
$$X = \frac{2 \times 48}{4}$$
$$X = 24$$

Então a altura da sombra é 24cm.

Também podemos resolver esta regra de três desta maneira:

| Distância da Lanterna | | Altura da Sombra |
|---|---|---|
| 2cm | → | 48cm |
| 4cm | → | X |

$$2 \times 48 = 4X$$
$$X = \frac{2 \times 48}{4}$$
$$X = 24$$

Então a sombra terá uma altura de 24cm.

Exercício 2:

Se um automóvel faz um certo percurso em 1 hora a uma velocidade de 80Km/H, em quanto tempo ele fará o mesmo percurso a uma velocidade de 120Km/H?

*(Resposta:40 minutos)*

## 4 PORCENTAGEM

DEFINIÇÃO:

Porcentagem ou percentagem é uma razão centesimal que é representada pelo símbolo **%**, ou seja, porcentagem nada mais é que a divisão de um número por cem.

Exemplos:

$$\frac{7}{100} = 0{,}07 = 7\%$$

$$\frac{81}{100} = 0{,}81 = 81\%$$

Vamos supor que **X** seja uma quantidade qualquer. Deste modo temos que:

$$0{,}15.X = \frac{15}{100}.X = 15\%\ de\ X$$

$$1{,}37.X = (1 + 0{,}37).X = (1 + \frac{37}{100}).X = X\ mais\ 37\%\ de\ X$$

Também é possível calcular porcentagem através de regra de três, exemplo:

Uma caixa contém 40 lâmpadas. Todas estas lâmpadas foram testadas e verificou-se que 30 delas estavam queimadas. Qual a porcentagem de lâmpadas que ainda funcionam?

*(Resposta:25%)*

## 5 EQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU

Sempre que notamos um sinal de igualdade numa expressão logo vem à nossa cabeça que o termo de um lado do sinal de igualdade é igual ao termo do outro lado. Então, se quisermos dobrar o valor do que está de um lado do sinal de igualdade o que devemos fazer com o outro lado para que a igualdade permaneça? Logo chegamos a conclusão que devemos dobrar o outro lado também para que a expressão continue correta. Isso serve para qualquer operação matemática. Por exemplo, se somarmos 51 de um lado da igualdade devemos necessariamente somar 51 do outro lado da igualdade. Para simplificar a idéia vamos tomar o seguinte exemplo:

Supondo que o preço de um quilo de cobre é de 100 reais vamos montar a expressão:

$$1Kgcobre = R\$100{,}00 .$$

E se por acaso quisermos saber o valor de $1/2Kg$ de cobre? Como foi dito antes, basta dividir ambos os lados da igualdade por 2. Então:

$$\boxed{\frac{1Kgcobre}{2} = \frac{100}{2}}, \quad \text{logo:} \quad \boxed{\frac{1}{2}Kgcobre = 50}.$$

Assim descobrimos que meio quilo de cobre vale 50 reais. Continuando com a idéia, quanto custa 1 quilo e meio de cobre? Se $1Kgcobre = R\$100{,}00$ vamos somar ½ Kg e o seu respectivo valor em cada lado da igualdade. Assim:

$$\boxed{1kgcobre + \frac{1}{2}Kgcobre = 100 + 50}$$

logo um quilo e meio vale 150 reais. Concluindo, se tivemos uma igualdade, por exemplo, 5=5 ,e somarmos 32 em um lado devemos obrigatoriamente somar 32 ao outro lado para que a igualdade continue válida, 32+5=32+5.

E se alguém diz que 1 quilo de cobre mais 1 quilo de chumbo custa 170 reais, quanto vale um quilo de chumbo? A resposta será calculada mais adiante porque para calcularmos isso vamos entrar na parte de equações do primeiro grau.

Sempre ouvimos as pessoas dizerem a expressão “o **x** da questão”, mas o que será que é isso? É um valor que queremos encontrar, alguma coisa que queremos saber.

Quando desejamos calcular um número ou certa quantidade que não conhecemos normalmente o chamamos de uma letra ou outro símbolo qualquer. O valor dessa letra será o valor que estamos procurando. Se eu digo que o dobro de um número é igual ao número 16 o que farei para encontrar esse número? Chamarei esse número de **x** por exemplo, então: o dobro de x é igual a 16. O que seria o dobro de x? Falar em dobro de x é a mesma coisa que dizer 2x, o triplo de x é 3x, a metade de x é x/2 e assim vai. Então no exemplo anterior, quando dizemos que o dobro de **x** é igual a 16, dizemos que: 2**x**=16, e dividindo ambos os lados da igualdade por 2 temos que **x=8**. A nossa meta é sempre deixar o **x** isolado em um lado da igualdade para sabermos o valor de x, ou seja, o valor que quisermos encontrar. Quando alguém diz que uma TV não esta funcionando, o defeito da TV é o “**x** da questão” que queremos saber. **x** ou outra letra qualquer, como y, z, w é a solução, o valor de algo. Na matemática chamamos de **x** ou outra letra qualquer que simboliza um número de variável. Então variável é um número que não conhecemos, mas que, a partir de cálculos podemos chegar ao valor dele.

Vamos supor que desejo saber a idade da minha tia mas a única informação que tenho é que ela é 12 anos mais velha que minha mãe. Sei que minha mãe tem 50 anos e chamarei a idade da minha tia de **x**; então: x=50+12, logo x que é a idade da minha tia é 62. Ou poderíamos pensar que a idade de minha tia menos os 12 anos de diferença seja a idade de minha mãe. Então: x-12=50, logo, somando 12 em ambos os lados da igualdade temos: **x=62**.

Agora vamos retomar o problema proposto no começo do capítulo. Se um quilo de cobre vale 100 reais e, um quilo cobre mais um quilo de chumbo custa 170 reais, quanto custa um quilo de chumbo? Chamaremos o valor do quilo de chumbo de **x**, que no caso é o valor que queremos encontrar. Assim:

$$1Kgcobre + x = 170$$

sabemos que 1kg de cobre vale 100 reais, então:

$$100 + x = 170$$

e subtraindo 100 de cada lado da igualdade temos:

**x=70**

Pronto! Um quilo de chumbo custa 70 reais.

Equações do primeiro grau são expressões matemáticas que contém uma variável e um sinal de igualdade. Usamos todos os nossos conhecimentos matemáticos para achar o valor de **x** em qualquer problema desse tipo.

Foram demonstrados alguns exemplos práticos e simples do dia a dia. A seguir estão algumas resoluções de equações do primeiro grau.

**Exemplo 1:**

O dobro de um número mais 50 unidades é igual 70, qual é esse número?

Resolução: Chamando o número desejado de **x**, temos:

$$2x + 50 = 70,$$
$$2x + 50 - 50 = 70 - 50$$
$$2x = 20$$
$$\frac{2}{2}x = \frac{20}{2}$$
$$x = 10$$

Observamos que manipulando a expressão matemática, sendo com adição, subtração, divisão e multiplicação podemos isolar o valor de x. Devemos ficar sempre atentos que quando realizarmos uma operação de um lado da igualdade devemos sempre fazê-la do outro lado da igualdade também.

**Exemplo 2**:

A minha idade mais a idade do meu irmão é igual à metade da idade do meu avô. Se meu avô tem 90 anos e meu irmão tem 25, qual a minha idade?

Resolução: Chamando a minha idade de x, temos:

$$x + 25 = \frac{90}{2}$$
$$x + 25 = 45$$
$$x + 25 - 25 = 45 - 25$$
$$x = 20$$

**Exemplo 3:**

Encontrar o valor de x:

$$\frac{x+3}{2} = \frac{4+3x}{3} + 5 - 2x$$

Resolução:

Primeiro devemos multiplicar ambos os lados por 2 para desfazer a fração do lado esquerdo:

$$x + 3 = \frac{8+6x}{3} + 10 - 4x$$

Agora vamos multiplicar ambos os lados por 3 para deixar a equação sem frações para simplificar nossos cálculos:

$$3x + 9 = 8 + 6x + 30 - 12x$$

Somando os elementos do lado direito:

$$3x + 9 = 38 - 6x$$

Vamos somar 6x em cada lado da expressão:

$$9x + 9 = 38$$

Subtraindo 9:

$$9x = 29$$

Dividindo ambos os lados por 9 encontramos o valor de x:

$$x = \frac{29}{9}$$

**<u>Exercícios:</u>**

Calcule o valor de x.

a) $x + 5 = 10$

b) $2x - 4 = 18$

c) $4x + 7 = 3$

d) $10x - 4 = 7x + 8$

e) $\dfrac{8x + 2}{3} = \dfrac{4x + 3}{5}$

f) $2x + 4 = 5 - 8x$

g) $3x - \dfrac{3}{2} = \dfrac{2x}{3} + 1$

Respostas :**a)**x=5;**b)**x=11; **c)**x=-1; **d)**x=4; **e)**x=-1/28; **f)**x=0.1; **g)**x=15/14.

# 6 SISTEMAS DE EQUAÇÕES DE PRIMEIRO GRAU

*Conceito*

A equação:

$9x + 5y = 39$ é uma **equação linear**

Onde:

x e y são as **incógnitas ou variáveis**,

9 e 5 são os **coeficientes das variáveis** e,

39 é o **termo independente**.

Uma equação linear pode possuir muitas variáveis, mas sempre é representada da mesma forma.

Um exemplo de equação linear com muitas variáveis:

$9x + y – 44z – 6w + 0,5p = 5$ .

Neste caso:

x, y, z, w e p são as **variáveis**,

9, 7, -4, -6, e 1 são os **coeficientes das variáveis** e,

5 é o **termo independente**.

**A equação:**

$x + \frac{1}{y} = 3$ **não é linear,**

pois não segue a forma das equações anteriores ( $\frac{1}{y}$ não é aceito como um termo da equação linear).

Exercício 1: Verifique se as equações são ou não lineares.

(a) $9x + 7y - 4z = 5$

(b) $x + 5yw - 4z = 35$

(c) $9x - y = 11$

(d) $x^2 - 3y = 6$

## Sistemas de equações

Um sistema de equações lineares é um conjunto de duas ou mais equações lineares, que devem ter a mesma solução.

Exemplo:

$$\begin{cases} 9x - 5y = 39 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$$

A solução para este sistema é (6, 3). Para comprovar isso, basta trocar no lugar de x o número 6 e no lugar de y o número 3:

$$\begin{cases} 9 \cdot 6 - 5 \cdot 3 = 39 \\ 1 \cdot 6 - 2 \cdot 3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 54 - 15 = 39 \\ 6 - 6 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 39 = 39 \\ 0 = 0 \end{cases}$$

Como a igualdade foi mantida, concluímos que (6,3) é solução do sistema linear dado.

## 6.1 Resolução de sistemas lineares

Existem duas formas básicas de se resolver um sistema de equações. Vejamos a primeira.

Dado o sistema linear:

$$\begin{cases} 9x - 5y = 39 & (1) \\ x - 2y = 0 & (2) \end{cases}$$

1º Enumera-se as equações.

2º Observa-se que existe uma variável que está multiplicada por 1. Então, isola-se essa variável, e essa nova equação é a (3).

$$x = 2y \qquad (3)$$

3º Substitui-se o valor de x (equação (3)), em (1)

$$9 \cdot 2y - 5y = 39 \qquad (4)$$

4º Da equação (4), obtém-se y

$$18y - 5y = 39$$

$$13y = 39$$

$$y = \frac{39}{13} \rightarrow \mathbf{y = 3}$$

5º y é substituído em (3) para a obtenção de x.

$$x = 2 \cdot 3 \rightarrow \mathbf{x = 6}$$

Com isso, obtém-se a solução do sistema de equações lineares, que tem como solução (6, 3).

Esse método é eficiente somente quando temos uma variável com coeficiente 1. Quando no sistema não existe nenhum coeficiente igual a 1, é melhor aplicar outro método, em que fazemos:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 6 & (1) \\ -4x + 7y = -14 & (2) \end{cases}$$

1º Enumera-se as equações.

2º Multiplica-se uma das equações de forma a igualar os coeficientes de x ou os coeficientes de y. Neste caso, verifica-se que se multiplicarmos a equação (1) por 2, ela será:

$$4x - 6y = 12 \qquad (3)$$

3º Tendo as duas equações com coeficientes iguais, basta operá-los de forma a eliminá-los. Como os sinais dos coeficientes de x são opostos, basta somá-los para que eles se eliminem.

$$\begin{array}{r} 4x - 6y = 12 \\ -4x + 7y = -14 \\ \hline y = -2 \end{array}$$

4º Eliminando x, obtemos y. E substituindo y em (3):

$$4x - 6(-2) = 12$$

$$4x + 12 = 12$$

$$x = 0$$

Portanto, a solução para esse sistema linear é (0, -2).

Verificando a resposta:

$$\begin{cases} 2 \cdot 0 - 3 \cdot (-2) = 6 \\ 4 \cdot 0 - 7 \cdot (-2) = 14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6 = 6 \\ 14 = 14 \end{cases}$$

Os valores obtidos com a substituição da solução no sistema é o mesmo valor do termo independente. Disso, conclui-se que a solução está correta.

*Exercício 2* Resolver:

(a) $\begin{cases} 3x + 8y = 7 \\ 2x - 3y = 13 \end{cases}$

(b) $\begin{cases} 2x - y = 5 \\ x + y = 4 \end{cases}$

## *Resposta dos exercícios:*

*EXERCÍCIO 1 : (a) linear*

*(b) não linear*

*(c) linear*

*(d) não linear*

*EXERCÍCIO 2 : (a) (5,-1)*

*(b) (3,1)*

# BIBLIOGRAFIA


BEZERRA – Matemática- 4 edição. Referência: 51:075,3/B574r. Página 254

CENTURIÓN, Marília ; Número e Operações. Referência: 51:37.02 ; C397c. Páginas 200 à 224 e 243 à 258

IMENES/ JAKUBO/ LELLIS ; Proporções - Atual Editora. Referência: 511.1/ I32p/ 2 ed. Páginas 16 à 25

LAPA, Luiz Gonzaga de Souza ; Introdução à Matemática para Universitários. Referência: 51.L299i. Páginas 70 à 77

MIGUEL & MIORIM ;O ENSINO DE MATEMÁTICA NO 1º GRAU. REFERÊNCIA: 51:37.02 / M636E/ 3ED . PÁGINAS 109 À 151 E 169 À 177

MORETTI, Méricles T. Dos Sistemas de Numeração às Operações Básicas com Números Naturais. Referência: 51:3702/M845d. Página 77 (anexo 3)

VIANNA, Carlos R. & SOARES, Maria T. C. Matemática, Projeto Alternativo. Referência: 51:37.02/V6172a Página 35